

# Avaliação do Posicionamento Relativo de uma Disposição de Satélites em Formação Orbital Sobre a Configuração de um Tetraedro Regular

MAHLER, W.F.C.<sup>1</sup>, ROCCO, E.M.<sup>1</sup>, SANTOS, D.P.S.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil  
Aluno de Mestrado do curso de Mecânica Espacial e Controle - CMC.

<sup>2</sup> Universidade do Estado de São Paulo, SP, Brasil

wagner.mahler@inpe.br

**Resumo.** *Este trabalho estuda a disposição de quatro satélites em formação orbital, de forma que o agrupamento deles aconteça de maneira periódica, em uma geometria tetraédrica regular. A configuração da formação é calculada analisando o problema da ótica geométrica e disposta ajustando precisamente os parâmetros orbitais de cada satélite. O problema é dividido em duas fases. Na Fase A: os corpos são posicionados em uma configuração tetraédrica regular, ao redor da Terra, e seus parâmetros orbitais são calculados para aquela situação; Fase B: os parâmetros orbitais obtidos são reutilizados e o movimento dos satélites passa a ser perturbado por quatro perturbações orbitais: i) potencial gravitacional terrestre considerando ordem e grau 1000; ii) as atrações gravitacionais do Sol e da Lua; iii) pressão de radiação e iv) arrasto atmosférico. Ambas as fases utilizam as equações da mecânica celeste para a obtenção das trajetórias espaciais, e o problema é simulado em um ambiente computacional denominado Spacecraft Trajectory Simulator (STRS). Para que a posição dos satélites não seja degradada, um sistema de controle, já embutido no STRS, é utilizado com o intuito de minimizar os efeitos das perturbações orbitais utilizando propulsão de baixo empuxo. A formação do tetraedro é detectada por meio de um flag que indicará o instante em que os satélites se dispuseram em uma geometria tetraédrica regular.*

**Palavras-chave:** Constelação de satélites; Formação orbital de satélites; Arranjo tetraédrico de satélites; Controle.

## 1. Introdução

Satélites estão em formação de voo quando obedecem um determinado arranjo entre eles [Salazar 2012]. Entretanto, o termo formação de voo, ou *formation flying*, está conceitualmente equivocado porque satélites não voam. O movimento de um satélite possui uma característica muito peculiar que é a órbita e órbitas possuem propriedades específicas [Mahler 2017]. A órbita kepleriana, por exemplo, é planar, circular e o plano da órbita deve conter o centro de atração referência. Para que qualquer condição entre dois corpos seja estipulada, por exemplo, a manutenção da distância relativa entre si, uma lei de controle deverá ser responsável por corrigir a posição dos satélites a cada instante. Todavia, o consumo de combustível, para que isso se torne possível, passa a ser considerado e a viabilidade de uma missão como esta passa a ser contestada. Este trabalho não abordará

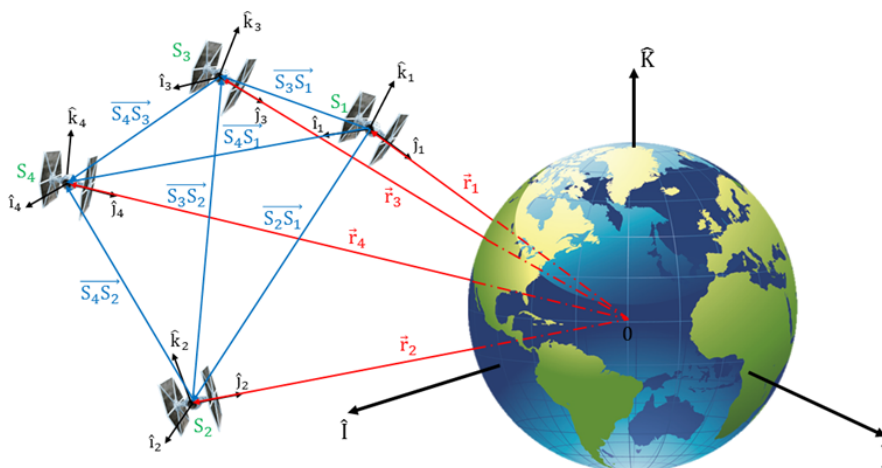
situações de otimização que visam a manutenção dos corpos por tempo máximo com um consumo mínimo de combustível e tão pouco a viabilidade desta manutenção. O objetivo deste trabalho é avaliar o posicionamento relativo dos satélites, calculando os parâmetros orbitais de cada satélite por meio de uma análise geométrica, e a degradação da estrutura tetraédrica regular mediante as ações das perturbações orbitais.

A simulação que fornece as posições orbitais de cada corpo, é realizada no STRS, desenvolvido por [Rocco 2008], que é um ambiente de simulação capaz de considerar condições adversas para um problema, desde trajetórias relativas à Terra até manobras interplanetárias mais complexas para o estudo de órbitas em torno de outros corpos celestes [Gonçalves et al. 2015]. Nele também é possível considerar modelos de sensores, estimadores e atuadores, suas não linearidades, precisamente ajustados conforme a necessidade exigida pelo estudo.

## 2. Metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho

São definidos dois referenciais para o estudo do movimento dos satélites, o ECI (*Earth-Centered Inertial*), onde a trajetória dos corpos é descrita, e o RSW (*Radial-Transverse-Normal*), centrado nos corpos e que descreverá o posicionamento relativo entre os satélites.

Os satélites são posicionados sobre a geometria do tetraedro regular e, por meio de uma análise geométrica, todos os parâmetros orbitais, das quatro espaçonaves, são calculados para aquela condição, de modo que seus períodos orbitais sejam os mesmos  $T_1 = T_2 = T_3 = T_4$  (Figura 1). As espaçonaves  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  possuem trajetórias circulares, enquanto que a espaçonave  $S_4$  tem órbita elíptica de baixa excentricidade.



**Figura 1. Disposição dos referenciais e posicionamento dos satélites ao redor da Terra.**

Foi definido que a formação tetraédrica ocorre no apogeu da órbita elíptica descrita pelo satélite  $S_4$ , ou seja, quando  $M_4 = 180^\circ$ . No instante que o tetraedro regular se forma  $M_4 = 180^\circ$ ,  $M_3 = 90^\circ$  ou  $M_3 = 270^\circ$ ,  $M_1 = 90^\circ - \frac{\Delta M}{2}$  ou  $M_1 = 270^\circ - \frac{\Delta M}{2}$  e  $M_2 = 90^\circ + \frac{\Delta M}{2}$  ou  $M_2 = 270^\circ + \frac{\Delta M}{2}$  considerando que  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4$  e  $\omega_4 = 270^\circ$ . Se todos os parâmetros orbitais envolvidos no problema não forem corretamente ajustados o tetraedro regular não será formado no apogeu da órbita elíptica.

O posicionamento relativo é calculado por meio da diferença entre a posição atual de cada satélite. No instante em que o tetraedro regular se forma, a posição relativa dos quatro corpos é conhecida e limitada pela aresta nominal do poliedro. Sendo assim, o posicionamento dos satélites é calculado durante toda a simulação e quando a diferença entre o posicionamento relativo, entre os satélites, for igual a 5000 m, o *flag* sinaliza 1, mostrando, também, que o tetraedro regular se formou dentro de uma tolerância admissível ( $\delta$ ).

$$\begin{aligned}
 |S_2 - S_1| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\
 |S_3 - S_1| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\
 |S_4 - S_1| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\
 |S_3 - S_2| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\
 |S_4 - S_2| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\
 |S_4 - S_3| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)}
 \end{aligned} \tag{1}$$

### 3. Simulações e resultados

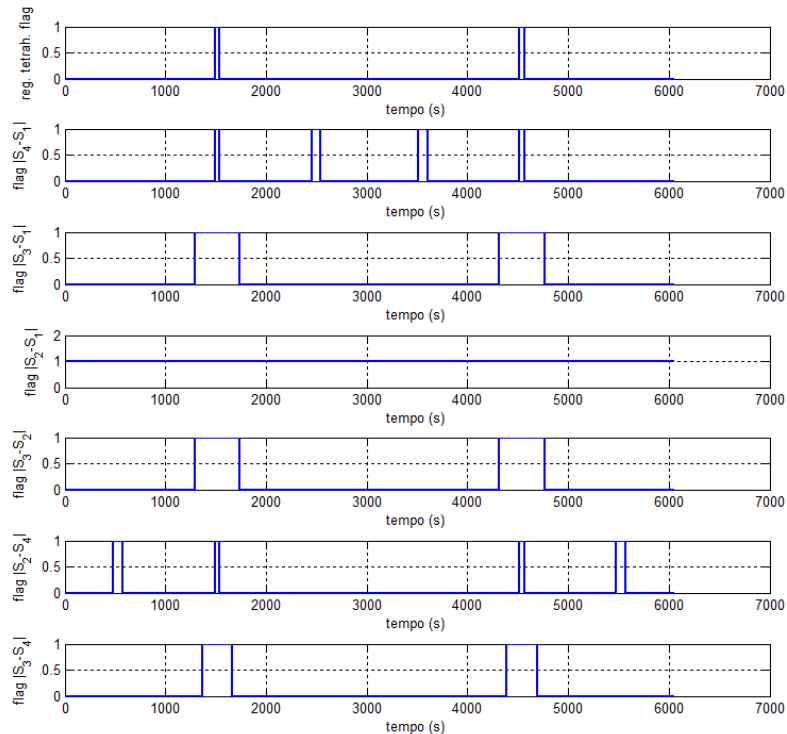
#### 3.1. Fase A

Os dados da primeira simulação, Fase A, são apresentados na Tabela 1. Para a primeira simulação é considerado tempo de simulação de 6055 s, a tolerância relativa à aresta nominal, 5000 m, é  $\delta = 50$  m, a tolerância relativa às diferenças entre as posições é  $\delta = 100$  m e a tolerância relativa ao volume nominal do tetraedro regular é  $\delta = 0,05 \text{ km}^3$ .

**Tabela 1. Parâmetros de entrada da simulação: Fase A.**

	Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
$h$ (m)	800000	800000	800000	800000
$r$ (m)	5000	5000	5000	5000
$a$ (m)	7178138	7178138	7178138	7178138
$e$	0	0	0	0,0005687383463373053
$i$ ( $^\circ$ )	0	0	0,034562999271458	0,011520999757153
$\Omega$ ( $^\circ$ )	0	0	0	0
$\omega$ ( $^\circ$ )	0	0	0	270
$M$ ( $^\circ$ )	0	0,0399099558281	0,01995497791405	90,01995497791405

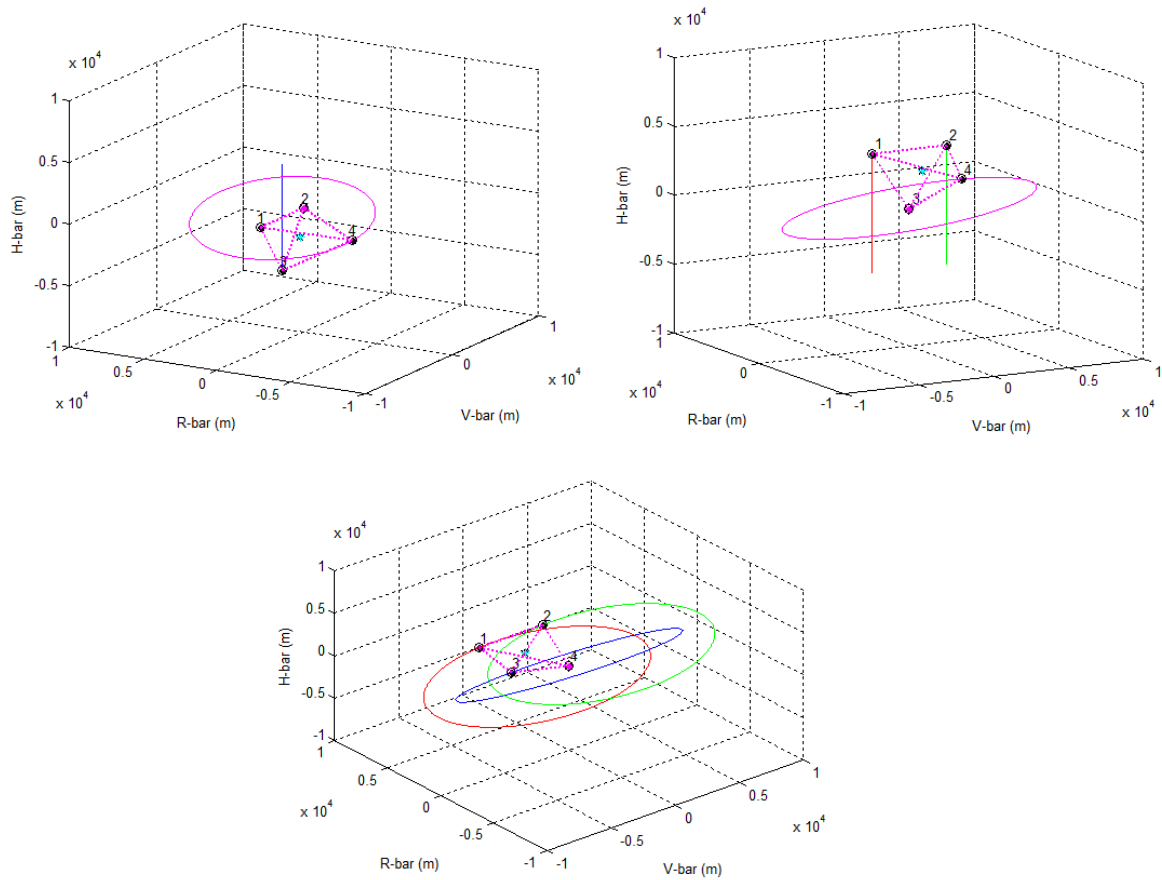
Cada *flag* da Figura 2 ilustra o posicionamento relativo entre as espaçonaves durante a propagação do movimento orbital e o *flag* da formação do tetraedro regular. Quando a aproximação relativa dos satélites atinge a condição imposta de aproximação, valor máximo de aproximação relativa de  $5000 + \delta$  m, e todos os corpos encontram-se sobre a geometria tetraédrica regular, cada *flag*, individualmente, sinalizará um e, com isso, o *flag* de sinalização do tetraedro regular, conseqüentemente, também sinalizará um. Foi possível observar na Figura 2 que em alguns momentos da propagação do movimento orbital, alguns satélites se aproximam da distância relativa imposta na simulação, mas não necessariamente se encontram na formação tetraédrica regular. Nota-se também que alguns corpos apenas se aproximam e logo se afastam, enquanto que alguns corpos permanecem por mais tempo em formação.



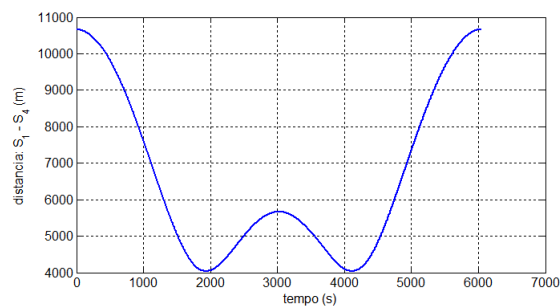
**Figura 2. Flags sinalizadores da formação tetraédrica dos satélites.**

O movimento relativo, sendo observado dos referenciais dos satélites  $S_1$ ,  $S_3$  e  $S_4$ , respectivamente, é apresentado na Figura 3. A mudança de referencial gera a impressão de que as condições iniciais admitidas para cada satélite estaria diferente em cada observação. Todavia essa falsa impressão ocorre devido a observação do movimento do ponto de vista de cada referencial, no entanto o movimento orbital de cada satélite não se altera em função do referencial de observação adotado.

A aproximação relativa de  $S_1$  e  $S_4$ ,  $5000 \text{ m} + \delta$ , ocorre em 1500 s, como mostra a Figura 4. Este, inclusive, é o instante em que os quatro satélites encontram-se em formação numa constelação tetraédrica regular. A posição das espaçonaves varia com o tempo e, conseqüentemente, a distância relativa entre os satélites  $S_1$  e  $S_4$  diminui até que atingem a aproximação de 4000 m. Então a distância entre os dois satélites começa a aumentar novamente até que atingem os 5000 m no tempo de 2500 s. Neste momento, o tetraedro regular deixa de existir e como a formação orbital está caracterizada pelo momento em que os corpos encontram-se posicionados sobre a condição imposta pela missão, o conjunto dos quatro satélites também não está em formação. A formação tetraédrica regular acontece novamente em 4500 s.



**Figura 3. Comportamento das trajetórias dos satélites, observada dos referenciais de  $S_1$ ,  $S_3$  e  $S_4$ , para que haja a formação do tetraedro regular.**



**Figura 4. Posicionamento relativo entre os satélites  $S_1$  e  $S_4$ .**

### 3.2. Fase B

Nesta simulação são considerados os efeitos das perturbações orbitais, cuja as quais serão responsáveis por deteriorar a trajetória nominal dos satélites. Para que a posição dos corpos seja corrigida, e sua trajetória não seja degradada pelos efeitos das perturbações orbitais consideradas, um sistema de controle em malha fechada será responsável por atenuar os efeitos dessas perturbações orbitais nas trajetórias dos satélites. Essa simulação avalia a deterioração da posição dos satélites e a efetividade das ações de controle que inibem os efeitos dessas perturbações.

O tempo total de simulação é de 24220 s dividido em duas partes, período de atuação do controlador tempo igual a 12110 s e período em que os atuadores deixam de agir sobre o satélite tempo igual a 12110 s, a tolerância relativa à aresta nominal, 5000 m, é  $\delta = 50$  m, a tolerância relativa às diferenças entre as posições é  $\delta = 100$  m e a tolerância relativa ao volume nominal do tetraedro regular é  $\delta = 0,05 \text{ km}^3$ . Para esta terceira análise foram considerados os seguintes dados conforme mostra a Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros de entrada da simulação: Fase B.

	Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
$h$ (m)	800000	800000	800000	800000
$r$ (m)	5000	5000	5000	5000
$a$ (m)	7178138	7178138	7178138	7178138
$e$	0	0	0	0,0005687383463373053
$i$ (°)	0	0	0,034562999271458	0,011520999757153
$\Omega$ (°)	0	0	0	0
$\omega$ (°)	0	0	0	270
$M$ (°)	0	0,0399099558281	0,01995497791405	90,01995497791405

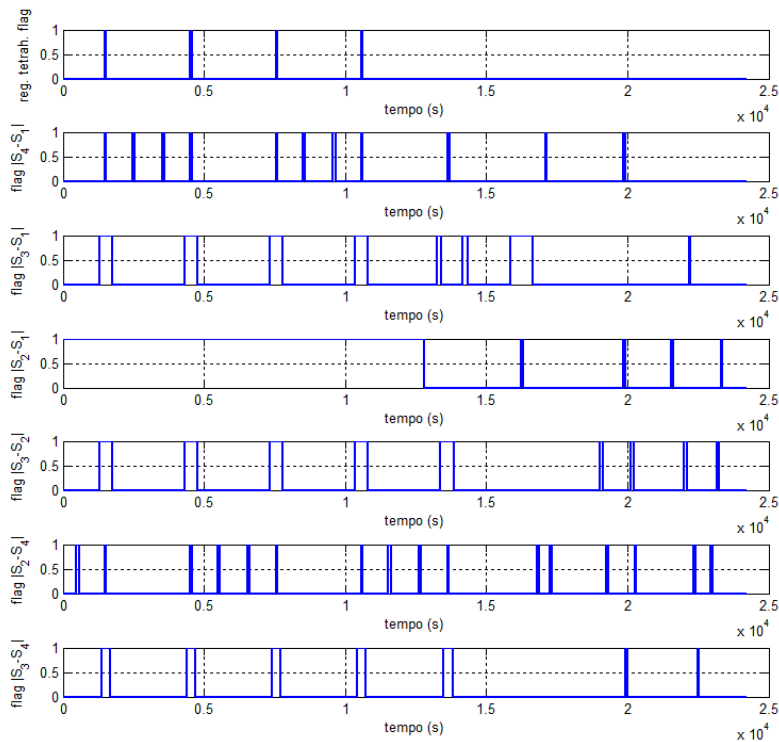


Figura 5. *Flags* sinalizadores da formação tetraédrica dos satélites.

Este *flag* sinaliza os instantes em que a posição entre os satélites mede 5000 m mais a tolerância admitida para esse sinalizador. É possível perceber que assim que os atuadores deixam de corrigir a posição dos satélites, a formação de um tetraedro regular

se torna inexistente, ou seja, se não houver um sistema de controle capaz de agir na trajetória perturbada dos satélites o agrupamento dos satélites em um tetraedro regular torna-se impossível como mostra a Figura 5.

O movimento relativo e o comportamento das trajetórias dos satélites  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_4$  pode ser observado do referencial de  $S_3$ , conforme apresenta a Figura 6.

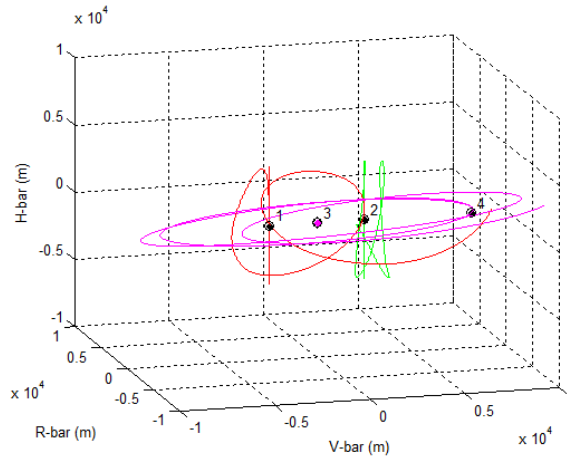


Figura 6. Movimento relativo de  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_4$  relativo a  $S_3$ .

A Figura 7 apresenta a magnitude das perturbações orbitais atuantes nas órbitas dos satélites  $S_1$  e  $S_2$ , afetando seus eixos ( $x, y, z$ ). Essa imagem mostra a variação da velocidade dos satélites devido a ação da perturbação orbital e a magnitude total das perturbações em cada satélite. Percebe-se que mesmo para satélites que possuem uma mesma órbita, apesar de aparentarem semelhantes, as perturbações agem de maneira distinta para cada satélite, entretanto o incremento de velocidade aplicado pelo atuador e o incremento de velocidade devido às perturbações orbitais possuem a mesma magnitude.

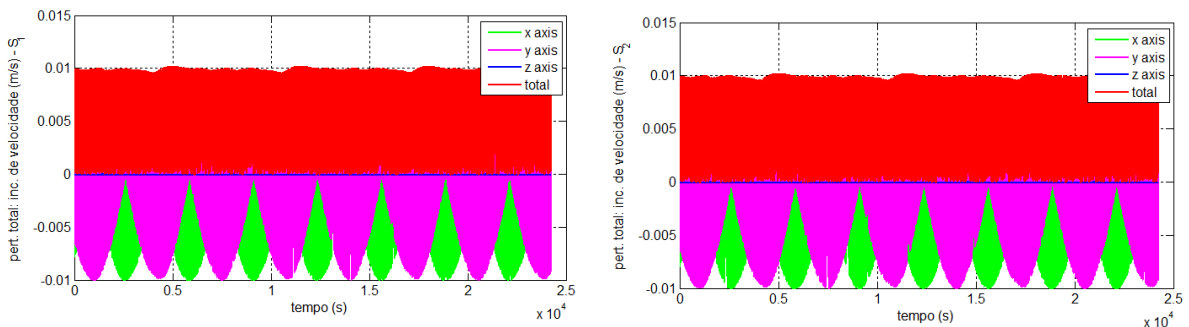
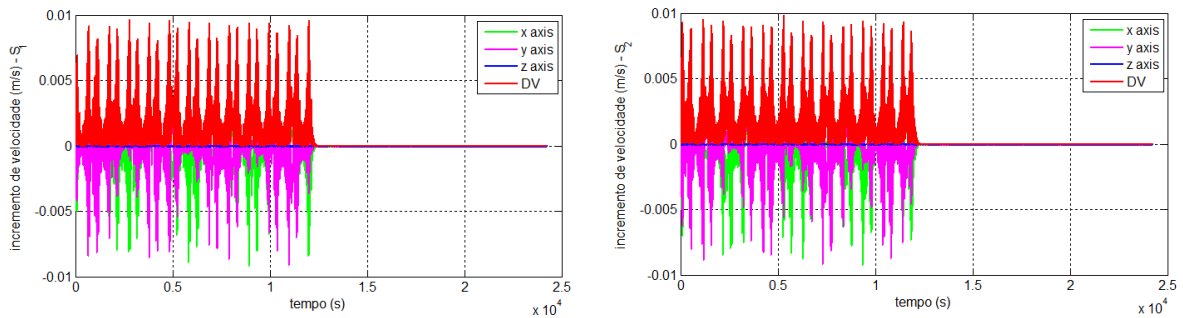


Figura 7. Incremento de velocidade total devido as perturbações orbitais aplicadas nos satélites  $S_1$  e  $S_2$ .

Os atuadores agem sobre os efeitos dessas perturbações orbitais, corrigindo, a cada instante, a posição dos satélites para a órbita de referência. Entretanto, é importante enfatizar que a ação de controle não se dá puramente invertendo o sinal da magnitude da perturbação, mas ajustando precisamente os ganhos do controlador (Figura 8).



**Figura 8. Incrementos de velocidade ( $\Delta V$ ) aplicados pelos propulsores para os satélites  $S_1$  e  $S_2$ .**

#### 4. Conclusão

Este trabalho constatou que todo o comportamento do movimento orbital durante as Fases A e B, quanto a disposição de uma constelação de satélites em formação, mostrou-se de fato não trivial e contra intuitivo. A Fase B expressa muito bem esta afirmação, já que se os parâmetros das órbitas das espaçonaves não forem ajustados precisamente, as posições das espaçonaves evoluem de maneira significativa mostrando não ser trivial a ideia de imaginar que o posicionamento relativo das espaçonaves possa ser mantido de maneira natural, como na Fase A. Se não houver um sistema de controle capaz de corrigir a posição dos satélites se torna impossível garantir a periodicidade da ocorrência do tetraedro regular.

Com base nos dados, é possível afirmar que qualquer analogia entre os conceitos que definem uma formação de voo de aeronaves e uma formação de satélites, em uma configuração orbital em um dado momento, se mostra não similar e, portanto, se trata de uma falha conceitual trata-las com igualdade. Assim, o termo formação de voo, ou *formation flying*, utilizado para satélites é equivocado. O termo formação orbital de satélites, *satellite orbital formation*, é mais adequado.

#### Referências

- Gonçalves, L. D., Rocco, E. M., and Moraes, R. V. (2015). Orbital maneuvers of a lunar artificial satellite, under the action of gravitational and non-gravitational perturbation forces. Munich, Germany. International Symposium on Space Flight Dynamics.
- Mahler, W. F. C. (2017). Estudo do posicionamento relativo de satélites dispostos em uma formação de voo poliédrica. Dissertação de mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP.
- Rocco, E. M. (2008). Analysis of the trajectory due to the terrestrial albedo applied to some scientific missions. Genova, Italy. International Conference on Mathematical Problems in Engineering.
- Salazar, F. (2012). *Deployment and maintenance of a satellite formation flight around  $L_4$  and  $L_5$  Lagrangian points in the earth-moon system based on low cost strategies*. Tese de doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP.